

العلامة: ١٠٠

المدة ساعتان

امتحان مقرر الطوبولوجيا (٢)

السنة الثالثة - رياضيات

الفصل الأول للعام الدراسي ٢٠١٢/٢٠١٣

جامعة البعث

كلية العلوم

قسم الرياضيات

السؤال الأول: (٢٨ درجة)

أ - أعط تعريفين متكافئين ل T_1 - فضاء .

ب - عرف القاعدة والقاعدة الجزئية لطوبولوجيا .

ج - بفرض $X = \{a, b, c\}$ و τ الطوبولوجيا القوية على X .

(١) عيّن قاعدة لهذه الطوبولوجيا مختلفة عنها ، ثم عيّن قاعدة جزئية لها .

(٢) عيّن جملة جوارات النقطة a .

السؤال الثاني: (٣٦ درجة)

أ - أعط ثلاثة تعاريف متكافئة لاستمرار التطبيق $f: X \rightarrow Y$ من الفضاء الطوبولوجي X إلى الفضاء الطوبولوجي Y .

ب - أعط ثلاثة تعاريف متكافئة للفضاء الطوبولوجي المترابط .

ج - ليكن $f: X \rightarrow Y$ تطبيقاً مستمراً من الفضاء المتراص X إلى فضاء هاوسدورف Y . أثبت أن التطبيق f مغلق .

السؤال الثالث: (٣٦ درجة)

لتكن R مجموعة الأعداد الحقيقية و τ طوبولوجيا عليها مؤلفة من جميع المجموعات الجزئية التي تحوي العدد ١ بالإضافة إلى المجموعة الخالية.

(١) هل الفضاء الناتج هو T_1 - فضاء ولماذا؟

(٢) هل هذا الفضاء مترابط ولماذا؟

(٣) هل الطوبولوجيا τ قابلة للمقارنة مع الطوبولوجيا العادية للفضاء الحقيقي R ولماذا؟

(٤) بفرض $A =]2,4[$ أوجد A° و \bar{A} و $Fr(A)$ و \dot{A} و $Ext(A)$.

(٥) أوجد الطوبولوجيا النسبية τ_A (أثر الطوبولوجيا τ على A) .

العلامة: 100
المدة ساعتان
~~100/100~~

امتحان مقرر الطوبولوجيا (2)
السنة الثالثة - الدورة الثالثة
العام الدراسي 2012/2011

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

السؤال الأول: (28 درجة)

أ- عرف قاعدة الطوبولوجيا وأعط مثالا على قاعدة للطوبولوجيا المتقطعة (القوية)

ب- ليكن X فضاء طوبولوجيا. أثبت تكافؤ القضييتين التاليتين:

(1) X هو T_1 -فضاء.

(2) المجموعة وحيدة العنصر $\{x\}$ مغلقة أيا كان العنصر x من X .

السؤال الثاني: (36 درجة)

أ- أعط ثلاثة تعاريف متكافئة لاستمرار التطبيق $f: X \rightarrow Y$ من الفضاء الطوبولوجي X إلى الفضاء الطوبولوجي Y .

ب- أعط ثلاثة تعاريف متكافئة للفضاء الطوبولوجي المترابط.

ج- ليكن $f: X \rightarrow Y$ تطبيقا مستمرا من الفضاء المتراص X الى فضاء هاوسدورف Y . أثبت أن التطبيق f مغلق.

السؤال الثالث: (36 درجة)

لتكن R مجموعة الأعداد الحقيقية و τ طوبولوجيا عليها مؤلفة من جميع المجموعات الجزئية التي تحوي العدد 1 بالإضافة إلى المجموعة الخالية.

(1) هل الفضاء الناتج هو T_1 - فضاء ولماذا؟

(2) هل هذا الفضاء مترابط ولماذا؟

(3) هل الطوبولوجيا τ قابلة للمقارنة مع الطوبولوجيا العادية للفضاء الحقيقي R ولماذا؟

(4) بفرض $A = [-2, 3]$ أوجد A° و \bar{A} و $Fr(A)$ و \bar{A} و $Ext(A)$.

(5) أوجد الطوبولوجيا النسبية τ_A (أثر الطوبولوجيا τ على A).

التساؤل هو $\tau_A = \{ \emptyset, A \}$

أ.د. طالب غريبة

2012/ 9/ 24

$A = [-2, 3]$

لدينا $A \cap B = [-3, 4] \cap [-2, 3] = [-2, 3] = A$

$A \cap B = A$ بالتالي

إشارة إلى $A \cap B = A$

أيضا $A \cap B = A$ مع أي مجموعة B و A هي مجموعة فرعية من B بالتالي $A \cap B = A$

العلامة: 100

المدة ساعتان

~~العلامة: 100~~

امتحان مقرر الطوبولوجيا (2)

السنة الثالثة - رياضيات

الفصل الثاني للعام الدراسي 2012/2011

جامعة البعث

كلية العلوم

قسم الرياضيات

السؤال الأول: (20 درجة)

ليكن $f: X \rightarrow Y$ تطبيقاً من الفضاء الطوبولوجي X إلى الفضاء الطوبولوجي Y ، و A مجموعة جزئية من X و x_0 نقطة من X . إذا كانت x_0 نقطة لاصقة بـ A و f مستمراً في x_0 فاثبت أن النقطة $f(x_0)$ تكون لاصقة بالمجموعة $f(A)$.

السؤال الثاني: (20 درجة)

ليكن X فضاء طوبولوجياً. أثبت تكافؤ القسيتين التاليتين:

(1) X هو T_1 - فضاء

(2) المجموعة وحيدة العنصر $\{x\}$ مغلقة أي كان العنصر x من X .

السؤال الثالث: (35 درجة)

$\mathbb{R} = \{u \in \mathbb{R} : 1 \leq u\} \cup \{0\}$ (المجموعة المعتدلة).

لتكن R مجموعة الأعداد الحقيقية و T طوبولوجيا عليها مؤلفة من جميع المجموعات الجزئية التي تحوي العدد 1 بالإضافة إلى المجموعة الخالية.

(1) هل الفضاء الناتج هو T_0 - فضاء ولماذا؟ وهل هو T_1 - فضاء ولماذا؟
(2) هل هذا الفضاء مترابط ولماذا؟

(3) بفرض $A = [2, 3]$ أوجد A° و \bar{A} و $Fr(A)$ و \bar{A} و $Ext(A)$.

(4) أوجد الطوبولوجيا النسبية τ_A (أثر الطوبولوجيا T على A).

السؤال الرابع: (25 درجة)

علل ما يلي:

(1) المجموعة المحدبة في الفضاء الإقليدي مترابطة.

(2) الفضاء الطوبولوجي الحقيقي R غير متراص ولكنه متراص موضعياً (محلياً).

(3) أي تطبيق منطلقه فضاء طوبولوجي منقطع يكون مستمراً.

(4) فضاء المتممات المنتهية ليس فضاء هاوسدورف.

$\tau_A = \{A \cap U : U \in \tau\}$
أ.د. طالب غريبة

④ إذا كانت المجموعة $[1, 3]$ مفتوحة في τ ، فإن $[1, 3] \cap A = [1, 3] \cap [2, 3] = [2, 3]$ هي أيضاً مفتوحة في τ_A .
حيث إذا كانت $[1, 3]$ مغلقة في τ ، فإن $[1, 3] \cap A = [1, 3] \cap [2, 3] = [2, 3]$ هي أيضاً مغلقة في τ_A .

$\{1, 6\}, \{3, 6\}$

Scanned by CamScanner

امتحان مقرر الطوبولوجيا العامة (2)
لطلاب السنة الرابعة - رياضيات بحثة



جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات
الفصل الثاني 2010 - 2011

المدة: ساعتان - الدرجة: 100

اسم الطالب: ربيع العجل

$$\mathcal{A} = \{\emptyset, \{b\}, \{d\}, A\}$$

السؤال الأول (20 درجة): أثبت أن الشرط اللازم والكافي لكي تكون أسرة المجموعات المفتوحة B قاعدة للفضاء الطوبولوجي X هو أن تكون أسرة المجموعات $B(x) = \{v : v \in B, x \in v\}$ جملة أساسية لجوارات النقطة x وذلك مهما تكن $x \in X$.

السؤال الثاني (30 درجة): علل ما يلي:

- (1) كل فضاء معدود ثان هو فضاء معدود أول.
- (2) فضاء المتممات المنتهية هو T_1 فضاء ولكنه ليس T_2 فضاء.
- (3) التطبيق $f: R \rightarrow R$ المعرف بالصيغة $y = f(x) = 2x + 3$ هو تماثل مستمر (هومومورفيزم).
- (4) المجموعة المحدبة في الفضاء الإقليدي مجموعة مترابطة.

السؤال الثالث (25 درجة):

- أعط تعريفين متكافئين لكل من الفضاء المتراص و T_0 فضاء.
- ليكن $f: X \rightarrow Y$ تطبيقاً مستمراً من الفضاء المتراص X إلى فضاء هاوسدورف أثبت أن هذا التطبيق مغلق، ثم استنتج أن $f(\bar{A}) = \overline{f(A)}$ من أجل أي مجموعة جزئية A من X .

السؤال الرابع (25 درجة):

لتكن $X = \{a, b, c, d\}$ و τ طوبولوجيا على X مؤلفة من المجموعات التي تحتوي العنصر a بالإضافة إلى المجموعة الخالية.

- (1) علل سبب كون الفضاء الطوبولوجي الناتج متراساً ومترابطاً وفصولاً.
- (2) بفرض $A = \{b, d\}$ أوجد A° , \bar{A} , $Fr(A)$, A' , $Ext(A)$.
- (3) أوجد الطوبولوجيا النسبية (τ_A) أي أثر الطوبولوجيا τ على المجموعة A .

مدرس المقرر د. طالب غريبة

مع تمنياتي لكم بالنجاح

حمص في 22 / 6 / 2011

$$\forall v (v \in X \setminus \bar{A} \Rightarrow v \in A^\circ)$$

$$Fr(A) = \bar{A} \setminus A^\circ =$$

$$\bar{A} \cap A^\circ = \emptyset$$

السؤال الأول (23 درجة): ليكن $f: X \rightarrow Y$ تطبيقاً من الفضاء الطوبولوجي X إلى الفضاء الطوبولوجي Y . أثبت تكافؤ القضايا التالية:

(2). $f(\bar{A}) \subseteq \overline{f(A)}$ من أجل أي مجموعة جزئية A من X .

(3). الصورة العكسية وفق f لأي مجموعة مغلقة في Y هي مجموعة مغلقة في X .

(4). الصورة العكسية وفق f لأي مجموعة مفتوحة في Y هي مجموعة مفتوحة في X .

(1). المجموعة المحدبة في الفضاء R^n هي مجموعة مترابطة.

(2). كل فضاء معدود ثان هو فضاء معدود أول.

(3). في الفضاء الطوبولوجي المنقطع (X, τ) لا توجد مجموعات كثيفة مختلفة عن X .

السؤال الثالث (15 درجة):

(أ). أثبت أن فضاء القسمات لفضاء متراص هو فضاء متراص.

(ب). هل اجتماع مجموعتين مترابطتين هو مجموعة مترابطة ، ولماذا ؟

(جـ). أوضح بمثال أن تقاطع مجموعتين مترابطتين قد يكون مجموعة غير مترابطة. الأمثلة

السؤال الرابع (25 درجة): لتكن $X = \{a, b, c, d\}$ و τ طبولوجيا على X معرفة كالآتي :

$$\tau = \{ \phi, \{a\}, \{a/b\}, \{a, c\}, \{a, b, c\}, X \}$$

1. بين أن الفضاء الطوبولوجي (X, τ) فصول . شعبة كيمياء / مادة اللغة

(2). بفرض $A = \{a, d\}$ أوجد $Ext(A)$, A' , $Fr(A)$, \overline{A} , A° .

(3). أوجد الطوبولوجيا النسبية τ_A (أي أثر الطوبولوجيا τ على المجموعة A).

(4). عین المجموعة $\Delta = \{(x, x); x \in X\}$ في فضاء الجداء $X^2 = X \times X$ ، وبين ما إذا كانت هذه

المجموعة مغلقة أم لا (الرد)، (c, c) و (b, b) و (a, a) $A = \{a\}$ $\bar{A} = X$ \Rightarrow X متساوي عادي ورتب .

مدرس المقرر د. طالب غربية

مع تمنياتي لكم بالنجاح

حمص في 2010/6/6

مع تمنياتي لكم بالنجاح
الجهود المبذولة في تصانيف A معكم مودة وذكاء

$$\tau_A = \{\emptyset, \{a\}, A\}$$

الحسين بن علي بن أبي طالب
عليه السلام

A s ϕ

$$E \cdot X = X \cdot V$$

طوبولوجيا - ٢

طوبولوجيا - ٢

محاضر د. طارق ١٠٠٦

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات
امتحان وفرض الطوبولوجيا العامة (٢)
السنة الثالثة - رياضيات
النصف الثاني للعام ٢٠٠٥ - ٢٠٠٦
المدة ساعتان
العدد ٨٠

١. (٢٠) : ليكن $\{X_\alpha\}_{\alpha \in I}$ أسرة من الفضاءات الطوبولوجية و $X = \prod_{\alpha \in I} X_\alpha$

فضاء الجدار. أثبت أن فضاء الجدار X يكون T_1 - فضاء إذا
ورفقط إذا كان كل فضاء X_α فضاء T_1 - فضاء ($\alpha \in I$).

٢. (٢٠) : P - أعط ثلاثة تعاريف متكافئة للفضاء الطوبولوجي المترابط.

ب - ليكن X فضاء مترابط و (x_n) متتالية من عناصره
متقاربة من النقطة x . إذا كانت A المجموعة المكونة من عناصر
المتتالية ومن النقطة التقارب x فأثبت أن A مجموعة مترابطة.

٣. (١٦) : P - ليكن X فضاء طوبولوجياً معدوداً ثانياً (يحقق موصوفة

العد الثانية). أثبت أن X يحوي مجموعة كثيفة قابلة للعد.

ب - علق ما بين المجموعة المحدثة من الفضاء الإقليدي \mathbb{R}^n مترابطة.

٤. (٢٤) : ليكن \mathbb{R} مجموعة الأعداد الحقيقية و τ الطوبولوجيا العادية
المألفة على \mathbb{R} و τ_1 طوبولوجيا على \mathbb{R} مؤلفة من جميع المجموعات

المجرئية الحادية للنقطة 1 بالإضافة إلى المجموعة الخالية.

(١) هل τ_1 و τ_2 قابلتان للمقارنة (هل أحدهما أقوى من الآخر) ولماذا

(٢) هل التطبيق المطابق $(\mathbb{R}, \tau_1) \rightarrow (\mathbb{R}, \tau_2) : I$ مستمر ولماذا

(٣) بفرض \mathbb{Q} مجموعة الأعداد العارية، أوجد \mathbb{Q}^0 و \mathbb{Q}^1 و \mathbb{Q}^2

و $Fr(\mathbb{Q})$ و $Ext(\mathbb{Q})$ في كل من (\mathbb{R}, τ_1) و (\mathbb{R}, τ_2) .

د. طالب غريبة

محسني ٢٠٠٦/٦/٢٠٠٦

محمد نيس محمد همام حاي

المدة ساعتان

العدد ٨٠

امتحان مقرر الطوبولوجيا العامة (٤)

السنة الثالثة - رياضيات

الفصل الاول للعام ٢٠٠٥ - ٢٠٠٦

جامعة البعث

كلية العلوم

قسم الرياضيات

١٢ (٤٤): ليكن $f: X \rightarrow Y$ تطبيقاً من الفضاء الطوبولوجي X الى الفضاء الطوبولوجي Y . أثبت تكملاً للقضايا التالية:

(١) f مستمر

(٢)

(٣) $f(\bar{A}) \subseteq \overline{f(A)}$ من أجل أي مجموعة جزئية A من X .

(٤) الصورة العكسية وفقاً لـ f لأي مجموعة مغلقة في Y هي مجموعة مغلقة في X .

(٥) الصورة العكسية وفقاً لـ f لأي مجموعة مفتوحة في Y هي مجموعة مفتوحة في X .

١٣ (١٨) - P : أثبت أن فضاء القسم لفضاء متراص هو فضاء متراص.

١٤ - أثبت أن الشرط الدزيم والكافي لكي يكون الفضاء الطوبولوجي X مترابطاً هو أن يكون كل زوج من نقاطه محتوي في مجموعة جزئية مترابطة.

١٥ (٢٨) - أثبت: ليكن $X = \{a, b, c\}$ و $\tau = \{\emptyset, \{a\}, \{a, b\}, \{a, c\}, X\}$ طوبولوجياً على X . والمطلوب:

١) هل الفضاء (X, τ) متراص وهل هو مترابط؟

٢) بفرض $A = \{a, b\}$ أوجد \bar{A} و $Fr(A)$ و $Int(A)$.

١٦ (٤٤): ليكن $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تطبيقاً من الفضاء الطوبولوجي الحقيقي \mathbb{R} في نفسه مترافاً بالصيغة $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0, a, b \in \mathbb{R}$).

(١) أثبت أن التطبيق f طوبولوجي (هو صومورفيزم).

(٢) هل التطبيق f مفتوح وهل هو مغلّق ولماذا؟

(٣) أثبت أن مجموعة الأعداد الصحيحة \mathbb{Z} غير مترابطة في \mathbb{R} .

(٤) أوجد الطوبولوجيا النسبية على \mathbb{Z} (أي أتر الطوبولوجيا العادية على \mathbb{Z}).

محسني ٢٤/١/٢٠٠٦

د. طالب غريبة

$\tau_A =$

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات
استاذان مقرر الطوبولوجيا (٤)
السنة الرابعة - رياضيات بحتة
الفصل الثاني للعام ٢٠٠٥ - ٢٠٠٦
المدة ساعتان عياداً وثلاثون
العدد ١١٠
١٥٥٦٤

س (٢٠) : ليكن $f: X \rightarrow Y$ تطبيقاً من الفضاء الطوبولوجي X في الفضاء الطوبولوجي Y و A مجموعة جزئية من X و $f(A)$ لاصقة بالمجموعة A .
إذا كان f متراً في النقطة x فأثبت أن النقطة $f(x)$ تكون لاصقة بالمجموعة $f(A)$.

س (٢١) : $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تطبيقاً ثابتاً من الفضاء الطوبولوجي المترابط \mathbb{R} في نفسه متراً بالصفة $f(x) = c$ ، أثبت أن f مستمر وحقق وغير متشعب.

ن - أجب بوضع كلمة « صح » أو « خطأ » أمام العبارات التالية :

- ١ - كل T_1 - فضاء هو T_2 - فضاء .
- ٢ - المجموعة وحيدة الفصل متصلة دورياً في أي T_1 - فضاء .
- ٣ - المجموعة وحيدة الفصل متصلة دورياً في أي T_1 - فضاء .
- ٤ - أي فضاء جزئي من T_1 - فضاء هو T_1 - فضاء ($c = 0, 1, 2$) .
- ٥ - تقاطع مجموعتين مترابطتين هو مجموعة مترابطة .

س (٢٢) : ليكن X مجموعة غير متصلة و \mathcal{T} الطوبولوجيا القوية على X وليكن A مجموعة جزئية فعلية من X ، أي $A \neq \emptyset$ و $A \neq X$.

١ - أوجد A° و \bar{A} و $Fr(A)$ و $Ext(A)$.

- ٢ - هل الفضاء (X, \mathcal{T}) متراص ولا إذا ؟
- ٣ - هل الفضاء (X, \mathcal{T}) مترابط ولا إذا ؟
- ٤ - هل الفضاء (X, \mathcal{T}) T_2 - فضاء ولا إذا ؟

د . طالب خيرية

محسني ١٤/٦/٢٠٠٦

س (٩٥) : لتكن A مجموعة متراسة في فضاء هابسورث X . أثبت أن
 A مجموعة مغلقة.

س (١٥) : ليكن $f: X \rightarrow Y$ تطبيقاً مستمراً من الفضاء الطوبولوجي X إلى
الفضاء الطوبولوجي Y . إذا كان الفضاء X مترابطاً أثبت أن المجموعة
 $f(X)$ مترابطة في Y .

س (٩٠) : P - لتكن x نقطة من الفضاء الطوبولوجي X . أثبت أن تقاطع
عدد منته من مجموعات النقطة x يكون جواراً لها.

ب - لتكن A مجموعة جزئية مغلقة في الفضاء الطوبولوجي X . أثبت
أن المجموعة B في الفضاء الطوبولوجي الجزئي A تكون مغلقة فيه إذا
و فقط إذا كانت B مغلقة في الفضاء الكلي X .

س (٤٠) : لتكن R - مجموعة الأعداد الحقيقية. زمر في R تكون طوبولوجيات

١ - الطوبولوجيا الضيقة و τ_2 - الطوبولوجيا العادية (المجموعات
المفتوحة هي الحالات المفتوحة و اجتماعاً) و τ_3 - طوبولوجيا لقوة
و لتكن $A = [0, 1]$ مجموعة جزئية من R .

(١) أوجد لصاقة المجموعة A في كل من الفضاءات الطوبولوجية (R, τ_1)
و (R, τ_2) و (R, τ_3) . ماذا تستنتج من ذلك؟

(٢) في أي من الفضاءات المذكورة تكون المجموعة A كثيفة وفي أي منها
تكون المجموعة A مفتوحة؟ عتد راجعتك.

في مثير ٢) أثبت أن الفضاء (R, τ_3) معدود أول ولكنه ليس معدوداً ثانياً.

(٤) هل الفضاء (R, τ_3) مترابط و لماذا؟

٩٠٠ / ١ / ٩٠٠

د. طالب غريبة

جامعة البعث
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان مقرر الطوبولوجيا العامة (٤)
السنة الثالثة - رياضيات
الفصل الثاني للعام الدراسي ٢٠٠٤/٢٠٠٥

محمد حلم علي
المدة ساعتان
الدرجة ٨٠

س (١٦) : ليكن $g: X \rightarrow Y$ و f تطبيقين مستمرين من الفضاء الطوبولوجي X

الى فضاء هاوسدورف Y . أثبت أن المجموعة:

$$A = \{x \in X : f(x) = g(x)\} \text{ مغلقة.}$$

س (١٦) : أثبت أن المجال المغلق مجموعة مترابطة في الفضاء الطوبولوجي

الحقيقي \mathbb{R} .

س (١٦) : P - أعط مثالاً على تقابل مستمر ولكنه ليس هوميومورفيزماً.

ج - أثبت أن فضاء بقية فضاء متراس هو فضاء متراس.

س (٢٤) : ليكن \mathbb{R} مجموعة الأعداد الحقيقية و τ طوبولوجيا على \mathbb{R}

تولدة من جميع المجموعات الجزئية التي تحتوي المجال $I = [0, 1]$ ب τ إضافة

الى المجموعة الخالية.

١) هل الفضاء (\mathbb{R}, τ) هو T_0 - فضاء وهل هو T_1 - فضاء ولماذا؟

٢) هل الفضاء (\mathbb{R}, τ) متراس ولماذا؟

٣) بفرض $B = [2, 4]$ ، عين الطوبولوجيا التالينية τ_B (أي أتر الطوبولوجيا

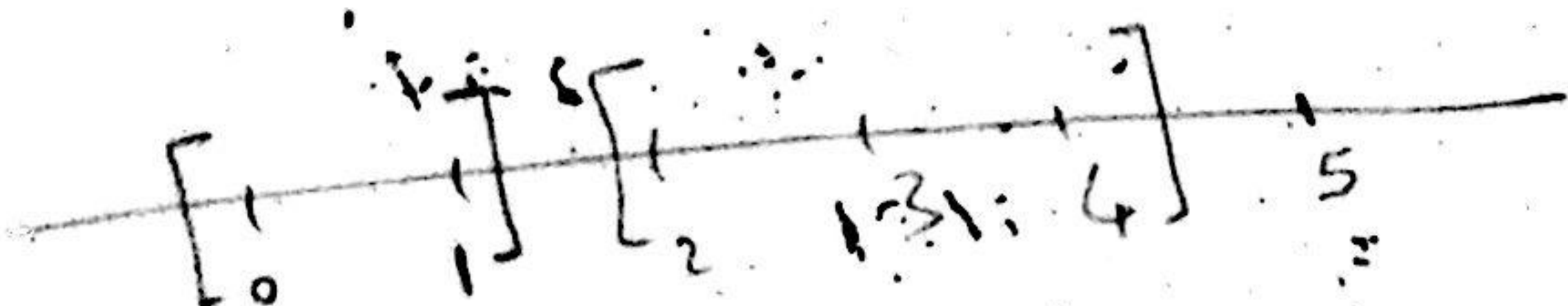
$$\tau_B = \{ \emptyset, B \}$$

τ على المجموعة B).

٤) بفرض $A = [\frac{1}{2}, 3]$ ، أوجد A° و \bar{A} و $Fr(A)$ و $Ext(A)$.

د. طالب فريشة

محسني ٥/٦/٢٠٠٥



المدة ساعتان

امتحان مقرر الطوبولوجيا العامة (٢)

جامعة البعث

السنة الثالثة - رياضيات

كلية العلوم

العددة ٨٠

علاوة ١٠٠٠

الفصل الاول للعام ٢٠٠٥ - ٢٠٠٦

قسم الرياضيات

١٥٥٦٢

٣ (٢٢) : ليكن $f: X \rightarrow Y$ تطبيقاً من الفضاء الطوبولوجي X الى الفضاء الطوبولوجي

Y . أثبت تلاميذ القضايا التالية :

(١) f مستمر

(٢) $f(\overline{A}) \subseteq \overline{f(A)}$ من أجل أي مجموعة جزئية A من X .

(٣) الصورة العكسية ونقطة f لأي مجموعة مغلقة في Y هي مجموعة مغلقة في X .

(٤) الصورة العكسية ونقطة f لأي مجموعة مفتوحة في Y هي مجموعة مفتوحة في X .

٣ (١٨) - P : أثبت أن فضاء القسم لفضاء متراص هو فضاء متراص.

٣ - أثبت أن الشرط اللازم والكافي لكي يكون الفضاء الطوبولوجي X مترابطاً هو أن يكون كل زوج من نقاطه محتوي في مجموعة جزئية مترابطة.

٣ (١٨) : ليكن $X = \{a, b, c\}$ و $\tau = \{\emptyset, \{a\}, \{a, b\}, \{a, c\}, X\}$

طوبولوجيا على X . والمطلوب : (١) هل الفضاء (X, τ) متراص وهل هو مترابطاً ولماذا ؟ (٢) هل الفضاء (X, τ) هو T_0 - فضاء وهل هو T_1 - فضاء ولماذا ؟

(٣) بفرض $A = \{a, b\}$ أوجد \overline{A} و $f(A)$ و $\text{Ext}(A)$.

٣ (٢٢) : ليكن $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ تطبيقاً من الفضاء الطوبولوجي الحقيقي \mathbb{R} في نفسه

معرّفاً بالصيغة $f(x) = ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$).

(١) أثبت أن التطبيق f طوبولوجي (هو هوميومورفيزم).

(٢) هل التطبيق f مفتوح وهل هو مغلّق ولماذا ؟

(٣) أثبت أن مجموعة الأعداد الصحيحة \mathbb{Z} غير مترابطة في \mathbb{R} .

(٤) أوجد الطوبولوجيا النسبية على \mathbb{Z} (أي أتر الطوبولوجيا العادية على \mathbb{Z}).

د. طالب غريبة

محسني ٢٤/١/٢٠٠٦